

## **Contrat de microcrédit individuel à fidélisation : Modélisation markovienne et viabilité stationnaire**

### **Individual loyalty microcredit contract: Markov modeling and stationary viability**

**ANDRIAMANANTENA Philibert**

Doctorant

Ecole Doctorale Modélisation Informatique de l'Université de Fianarantsoa-Madagascar  
Laboratoire de Mathématique et Application de l'Université de Fianarantsoa

**ABDOU Issouf**

Enseignant Chercheur

Université des Comores

Dynamique Economique et Juridique des secteurs Informels et Formels

**RAVELOMANANA Mamy Raoul**

Professeur titulaire, agrégé des Universités en sciences économiques

Université d'Antananarivo

Centre de Recherches Economiques pour le Développement

**RAKOTOZAFY Rivo**

Maître de conférences

Université de Fianarantsoa

Laboratoire de Mathématique et Application de l'Université de Fianarantsoa

**Date de soumission :** 16/07/2025

**Date d'acceptation :** 04/10/2025

**Pour citer cet article :**

ANDRIAMANANTENA P. & Al. (2025) « Contrat de microcrédit individuel à fidélisation : Modélisation markovienne et viabilité stationnaire », Revue Française d'Economie et de Gestion « Volume 6 : Numéro 10 » pp : 562- 576.

Author(s) agree that this article remain permanently open access under the terms of the Creative Commons

Attribution License 4.0 International License



## Résumé

Cet article propose une modélisation probabiliste du microcrédit individuel à l'aide d'une chaîne de Markov à sept états. Le modèle introduit trois mécanismes contractuels essentiels : une phase probatoire tolérante aux échecs initiaux, une fidélisation contractuelle fondée sur un taux préférentiel et une exclusion progressive mais réversible. L'analyse mathématique des flux de revenus actualisés et de la distribution stationnaire permet d'évaluer la viabilité économique du système. Les résultats montrent que la fidélisation améliore la stabilité des revenus de long terme, tandis que la probation et la réintégration renforcent l'inclusion sociale. Ce cadre offre ainsi une alternative aux approches classiques, souvent limitées à une logique binaire de type succès/échec, et ouvre la voie à des applications empiriques et numériques pour le calibrage des paramètres contractuels.

**Mots clés :** microfinance ; prêt individuel ; chaîne de Markov ; fidélisation ; viabilité économique.

## Abstract

This article develops a probabilistic model of individual microcredit using a seven-state Markov chain. The framework introduces three contractual mechanisms: a probationary phase tolerant to initial failures, a loyalty-based preferential interest rate, and a progressive yet reversible exclusion process. The mathematical analysis of discounted revenue flows and the stationary distribution provides insights into the economic viability of the system. Results highlight that borrower loyalty enhances long-term revenue stability, while probation and reintegration foster social inclusion. This approach offers an alternative to traditional models, often restricted to a binary success/failure logic, and paves the way for empirical applications and digital tools for parameter calibration.

**Keywords :** microfinance; individual lending; Markov chain; borrower loyalty; economic viability.

## Introduction

La microfinance constitue depuis plusieurs décennies un instrument central d'inclusion financière, en permettant à des populations traditionnellement exclues des circuits bancaires d'accéder à un financement adapté. Dans de nombreux pays en développement, le microcrédit individuel a joué un rôle décisif dans le lancement d'activités génératrices de revenus et dans la réduction de la pauvreté. Toutefois, ce mécanisme demeure fragile : une partie significative des bénéficiaires se retrouve en situation de surendettement ou d'exclusion durable après un défaut de remboursement. Ces difficultés appellent à repenser les contrats de microcrédit afin de concilier viabilité économique des institutions et inclusion sociale des emprunteurs.

La littérature existante a proposé divers mécanismes d'incitation dynamique, notamment en s'appuyant sur des contrats répétés et des sanctions temporaires. Cependant, ces approches reposent souvent sur une logique binaire de type succès/exclusion, négligeant les trajectoires intermédiaires, la tolérance aux échecs initiaux et les stratégies de fidélisation à long terme. C'est dans ce contexte que s'inscrit notre contribution, qui vise à proposer une modélisation plus réaliste et plus flexible du prêt individuel.

La problématique de recherche peut alors être formulée de la manière suivante : dans quelle mesure un contrat de microcrédit individuel intégrant une phase probatoire, une fidélisation contractuelle et une exclusion progressive peut-il assurer la viabilité économique des institutions de microfinance tout en renforçant l'inclusion sociale des emprunteurs ?

Pour répondre à cette question, nous proposons un modèle fondé sur une chaîne de Markov à sept états, représentant successivement les différentes phases de la relation de crédit : la demande initiale, la probation, le remboursement actif, la fidélisation, l'exclusion temporaire et la réintégration. L'originalité de ce modèle réside dans l'introduction combinée (i) d'une phase probatoire tolérante aux premiers échecs, (ii) d'un taux préférentiel en cas de fidélité et (iii) d'une exclusion progressive mais réversible. L'analyse du revenu actualisé et de la distribution stationnaire permet ensuite d'évaluer la viabilité économique du système.

La suite de l'article est organisée comme suit. La section 1 présente une revue de la littérature sur les incitations dynamiques en microfinance. La section 2 décrit la méthodologie qui présente la modélisation markovienne du prêt individuel et les transitions entre états puis développe le calcul du flux de revenus actualisés et ensuite relate l'analyse la stationnarité du modèle et le revenu moyen par emprunteur en régime permanent. La section 3 propose des résultats par des simulations numériques illustrant la viabilité du système. La section 4 discute les apports et

limites de l'approche, ainsi que les perspectives d'application. Enfin, la conclusion résume les principaux résultats et les orientations futures de la recherche.

## **1. Revue de la littérature**

La littérature sur la microfinance a développé une variété de modèles destinés à comprendre et améliorer la relation entre prêteur et emprunteur dans un contexte marqué par l'asymétrie d'information et le risque de défaut. Les premières approches se sont centrées sur des mécanismes statiques de sélection adverse et de discipline ex post, mais elles se révèlent insuffisantes pour expliquer les trajectoires d'inclusion financière de long terme.

### **1.1. Modèles d'incitation dynamique en prêt individuel**

Dans un cadre dynamique, Tedeschi [22] a proposé un modèle inspiré des travaux de Green et Porter [16], où l'octroi du crédit dépend du comportement passé de l'emprunteur. Khodr et Diener [18] ont enrichi cette perspective en introduisant une sanction temporaire après un défaut, permettant néanmoins la réintégration de l'emprunteur. Ces travaux s'inscrivent dans une logique de contrat relationnel répété et mettent en évidence le rôle central des incitations dynamiques dans la soutenabilité des institutions de microfinance.

### **1.2. Apprentissage progressif et tolérance aux échecs**

Plusieurs études empiriques ont souligné que les premiers crédits constituent souvent une phase d'expérimentation pour l'emprunteur, marquée par des échecs initiaux [4]. Dans les zones rurales à faible capital social, un défaut initial n'est pas nécessairement synonyme de mauvaise foi mais peut refléter un processus d'apprentissage. D'où la pertinence d'intégrer une phase probatoire dans les contrats de microcrédit, afin de renforcer la fidélisation sans exclure prématurément les bénéficiaires.

### **1.3. Innovations numériques et nouvelles approches**

Les évolutions récentes des technologies financières (fintech) apportent de nouvelles perspectives à la microfinance. Les méthodes de crédit scoring numérique et l'utilisation des données de mobile money permettent désormais de mieux évaluer le risque emprunteur en temps réel [6]. Ces innovations offrent un potentiel complémentaire aux modèles probabilistes, en facilitant le calibrage empirique des paramètres de transition et en réduisant l'incertitude liée au comportement de remboursement.

### **1.4. Limites des approches traditionnelles et ouverture**

Malgré ces avancées, de nombreuses approches théoriques continuent de considérer le défaut comme un signal unique menant à l'exclusion définitive, négligeant les trajectoires intermédiaires et les mécanismes de réintégration. De plus, la plupart des travaux se

concentrent sur les aspects disciplinaires, sans expliciter la dynamique de revenu de l'institution prêteuse. Ces limites appellent à une modélisation plus flexible, capable d'intégrer (i) une probation tolérante aux échecs, (ii) un mécanisme de fidélisation contractuelle, et (iii) une exclusion progressive mais réversible.

C'est précisément sur ces aspects que se situe notre contribution. En mobilisant un cadre markovien à sept états enrichi d'une fonction de revenu actualisé, nous proposons une approche théorique originale conciliant viabilité économique et inclusion sociale, tout en ouvrant la voie à des calibrages empiriques futurs intégrant les innovations numériques.

## 2. Méthodologie

### 2.1. Modélisation markovienne du prêt individuel

Nous proposons un modèle markovien à temps discret pour représenter l'évolution de la relation entre un emprunteur et une institution de microfinance, en fonction de son comportement de remboursement. L'objectif est d'introduire un mécanisme dynamique de sanction progressive et de réintégration, basé sur la fidélité.

#### 2.1.1. Etats du système

L'espace d'états est défini comme suit :  $S = \{D, B_0, B_1, I, E^T, E^{T-1}, \dots, E^1\}$ .

Où :

- D : état de demande de crédit — l'emprunteur sollicite un prêt mais n'a pas encore été admis dans le programme ;
- $B_0$  : état probatoire — l'emprunteur bénéficie d'un premier crédit test ;
- $B_1$  : état actif — l'emprunteur rembourse régulièrement ses prêts aux conditions standard ;
- I : état d'inclusion financière — l'emprunteur fidèle obtient un taux réduit et une relation renforcée ;
- $E^T, E^{T-1}, \dots, E^1$  : états d'exclusion temporaire, représentant une sanction progressive avant un retour éventuel dans le système.

#### 2.1.2. Transitions entre états

Les transitions du modèle sont déterminées par le comportement de l'emprunteur, notamment sa capacité à rembourser son prêt. Les probabilités associées sont :

- $D \rightarrow D$  avec probabilité  $1 - \gamma$  : la demande n'est pas acceptée immédiatement ;
- $D \rightarrow B_0$  avec  $\gamma$  : l'emprunteur obtient un premier crédit ;
- $B_0 \rightarrow B_1$  avec  $\alpha$  : réussite en phase probatoire ;
- $B_0 \rightarrow D$  avec  $1 - \alpha$  : échec, retour à la case demande ;

- $B_1 \rightarrow I$  avec  $\alpha$  : réussite persistante, accès au taux réduit ;
- $B_1 \rightarrow E^T$  avec  $1 - \alpha$  : d'défaut en phase active, sanction immédiate ;
- $I \rightarrow I$  avec  $\alpha$  : fidélité maintenue ;
- $I \rightarrow E^T$  avec  $1 - \alpha$  : rupture de confiance, sanction ;
- $E^k \rightarrow E^{k-1}$  pour  $k = T, \dots, 2$  avec probabilité 1 : progression vers réintégration ;
- $E^1 \rightarrow D$  avec probabilité 1 : réintégration après sanction complète.

### 2.1.3. Représentation graphique du processus

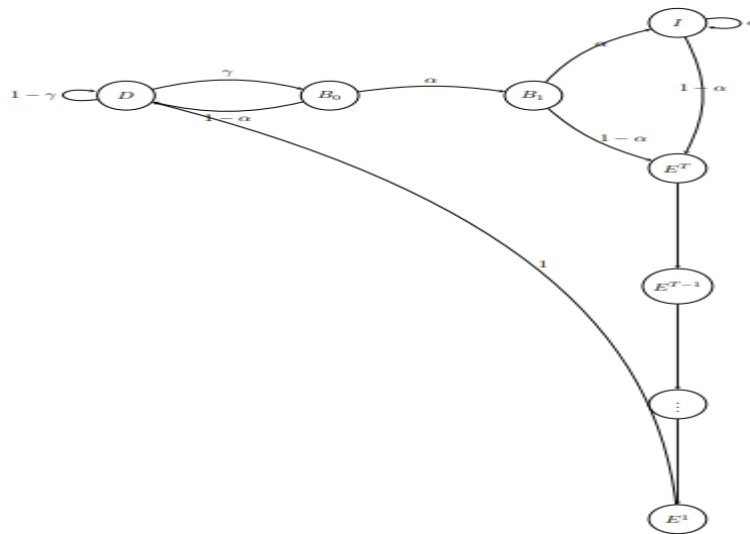


Figure N°1 : Graphe de transition du prêt individuel

Source : Auteur

### 2.1.4. Structure markovienne et dynamique comportementale

Ce processus à  $T + 4$  états est une chaîne de Markov homogène, dont les transitions capturent une dynamique de progression et de sanction graduelle. Le paramètre  $T \in N^*$  désigne la durée maximale d'exclusion temporaire, imposée après un d'défaut s'sérieux.

Le modèle permet de :

- modéliser une progression par mérite (de D vers I) ;
- formaliser une période de probation ( $B_0$ ) avec possibilité d'échec sans exclusion définitive ;
- Introduire une exclusion graduelle (via la séquence  $E^T \rightarrow \dots \rightarrow E^1 \rightarrow D$ ) ;
- Préserver une possibilité de réintégration, ce qui évite les ruptures irréversibles.

### 2.2. Flux de revenu et valeur actualisée

Dans ce modèle, l'institution de microfinance tire ses revenus des remboursements effectués par les emprunteurs dans les états où un prêt est effectivement en cours :  $B_0$ ,  $B_1$ , et I. Chaque

transition réussie dans ces états génère un flux de remboursement, tandis que les autres états ( $D, E^T, \dots, E^I$ ) sont des phases sans prêt actif et donc sans revenu immédiat.

### 2.2.1. Définition de la fonction de flux

Soit  $f(x, y)$  la fonction de flux associée à une transition  $x \rightarrow y$ . Nous considérons que le revenu net pour l'institution dépend :

- du montant reçu en cas de remboursement :  $1 + r$  dans les états  $B_0$  et  $B_1$ , et  $1 + \bar{r}$  dans l'état  $I$ , avec  $\bar{r} < r$  pour refléter le taux d'intérêt préférentiel ;
- du coût du projet octroyé : supposé constant et normalisé à  $w$  pour chaque crédit ;
- et du succès de la transition : seul un remboursement réussi génère un flux positif.

Nous définissons donc :

$$f(x, y) = \begin{cases} w - (1 + r) & \text{si } x = B_0 \text{ et } y = B_1, \\ w - (1 + r) & \text{si } x = B_1 \text{ et } y = I, \\ w - (1 + \bar{r}) & \text{si } x = I \text{ et } y = I, \\ 0 & \text{sinon.} \end{cases}$$

Ce flux représente la marge brute par emprunteur, à chaque étape réussie du processus.

### 2.2.2. Valeur actualisée d'un parcours de crédit

Soit  $\delta \in (0, 1)$  le facteur d'actualisation intertemporel. La valeur actualisée d'un emprunteur suivant une trajectoire  $(X_0, X_1, X_2, \dots)$  est donnée par :

$$V(x_0) = E_{x_0}[\sum_{k=0}^{\infty} \delta^k f(X_k, X_{k+1})],$$

où  $x_0 \in S$  est l'état initial (souvent  $x_0 = D$ ). Cette valeur représente le revenu espéré pour l'institution sur l'ensemble du parcours de vie d'un emprunteur.

### 2.2.3. Formule fermée pour les revenus intermédiaires

En pratique, nous nous intéresserons aux revenus actualisés :

- $V(D \rightarrow B_0 \rightarrow B_1)$  : valeur actualisée d'un emprunteur entrant, réussissant sa probation ;
- $V(B_1 \rightarrow I)$  : gain issu d'un emprunteur stable atteignant l'inclusion ;
- $V(I \rightarrow I \rightarrow \dots)$  : contribution d'un emprunteur fidèle à long terme.

La structure markovienne permet de calculer ces valeurs de manière récursive ou matricielle.

### 2.2.4. Exemple numérique

En posant :  $w = 2$ ;  $r = 0.2$ ;  $\bar{r} = 0.1$ ;  $\delta = \frac{1}{1+0.1}$ ;  $\alpha = 0.8$ ;  $\gamma = 0.5$ ,

Nous obtenons par simulation (ou résolution algébrique) les valeurs suivantes :

- $f(B_0, B_1) = 2 - 1.2 = 0.8$ ,
- $f(B_1, I) = 0.8$ ;  $f(I, I) = 2 - 1.1 = 0.9$ ,

$$- \quad V(D) \approx \gamma \delta f(B_0, B_1) + \gamma \delta^2 \alpha f(B_1, I) + \dots$$

La section suivante détaillera ces calculs dans le cadre stationnaire.

### 2.3. Stationnarité et comportement à long terme

Dans cette section, nous analysons le comportement asymptotique de la chaîne de Markov modélisant le cycle de vie d'un emprunteur. Nous déterminons la distribution stationnaire, puis en déduisons le « revenu moyen par période » en régime permanent.

#### 2.3.1. Existence de la distribution stationnaire

Le processus  $(X_k)_{k \geq 0}$  est une chaîne de Markov homogène à espace d'états fini. Il est irréductible sur le sous-ensemble :  $S^* = \{D, B_0, B_1, I, E^T, \dots, E^1\}$  car, depuis tout état, il existe un chemin (au pire via les exclusions) menant vers D, et donc vers tout autre état.

La chaîne est également « apériodique », car certaines transitions ont des boucles ou des durées variables ( $D \rightarrow D, I \rightarrow I, \dots$ ). Nous en déduisons qu'elle admet une distribution stationnaire  $\pi = (\pi_D, \pi_{B_0}, \pi_{B_1}, \pi_I, \pi_{E^T}, \dots, \pi_{E^1})$ , solution de :

$$\pi P = \pi, \quad \sum_{x \in S^*} \pi_x = 1, \quad \text{où } P \text{ est la matrice de transition du système.}$$

#### 2.3.2. Revenu moyen par emprunteur en régime stationnaire

Le revenu moyen espère par emprunteur à long terme est :  $\bar{f} = \sum_{x,y \in S} \pi_x \cdot p_{xy} \cdot f(x,y)$  où  $f(x,y)$  est la fonction de flux définie précédemment. Comme seuls les états  $B_0, B_1, I$  génèrent du revenu, nous avons :

$$\bar{f} = \pi_{B_0} \cdot \alpha \cdot f(B_0, B_1) + \pi_{B_1} \cdot \alpha \cdot f(B_1, I) + \pi_I \cdot \alpha \cdot f(I, I)$$

En remplaçant les valeurs numériques :

$$f(B_0, B_1) = f(B_1, I) = w - (1 + r); \quad f(I, I) = w - (1 + \bar{r})$$

Nous obtenons :

$$\bar{f} = \alpha [\pi_{B_0} \cdot (w - (1 + r)) + \pi_{B_1} \cdot (w - (1 + r)) + \pi_I \cdot (w - (1 + \bar{r}))]$$

#### 2.3.3. Interprétation économique

Le revenu moyen  $f$  reflète l'efficacité agrégée du contrat proposé :

- Une « hausse de  $\pi_I$  » indique une forte fidélisation, générant un flux stable et avantageux à long terme grâce au maintien en I.
- Une « augmentation de  $\pi_{B_0}$  » traduit une pression de rotation forte sur les primo-emprunteurs, potentiellement instable.
- Les états  $E^K$  n'interviennent pas dans le revenu direct mais impactent indirectement  $\pi_I$  par leur effet dissuasif.

- Une trop forte exclusion ( $\alpha$  faible) entraîne une baisse de  $\pi_I$ , et donc une diminution de  $\bar{f}$ .

L'étude de  $\bar{f}$  en fonction des paramètres  $\alpha, \gamma, r, \bar{r}$  et  $T$  permet de calibrer les contrats de manière à maximiser la rentabilité à long terme tout en maintenant une certaine équité.

### 3. Résultats

#### 3.1. Simulations numériques et surface de viabilité

Cette section propose une série d'illustrations numériques basées sur le modèle défini précédemment. Les simulations sont effectuées avec les paramètres suivants sauf mention contraire :

$$w = 2; \alpha \in [0.1, 0.99]; r = 0.2; \bar{r} = 0.1; \gamma = 0.6; T = 3.$$

##### 3.1.1. Effet de la probabilité de réussite $\alpha$

Nous traçons l'évolution du revenu moyen stationnaire  $\bar{f}$  en fonction de  $\alpha$ , pour des valeurs fixes de  $r$  et  $\bar{r}$ . Plus  $\alpha$  est élevé, plus les emprunteurs restent en  $B_1$  ou  $I$ , ce qui maximise les flux positifs.

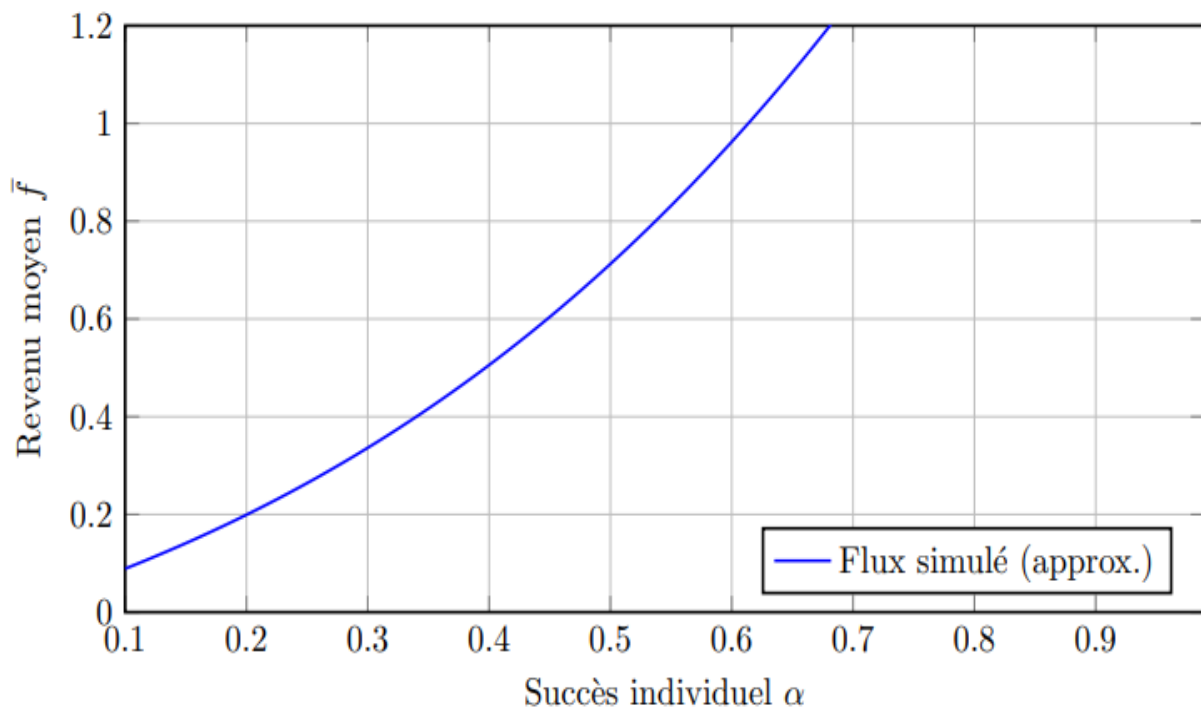
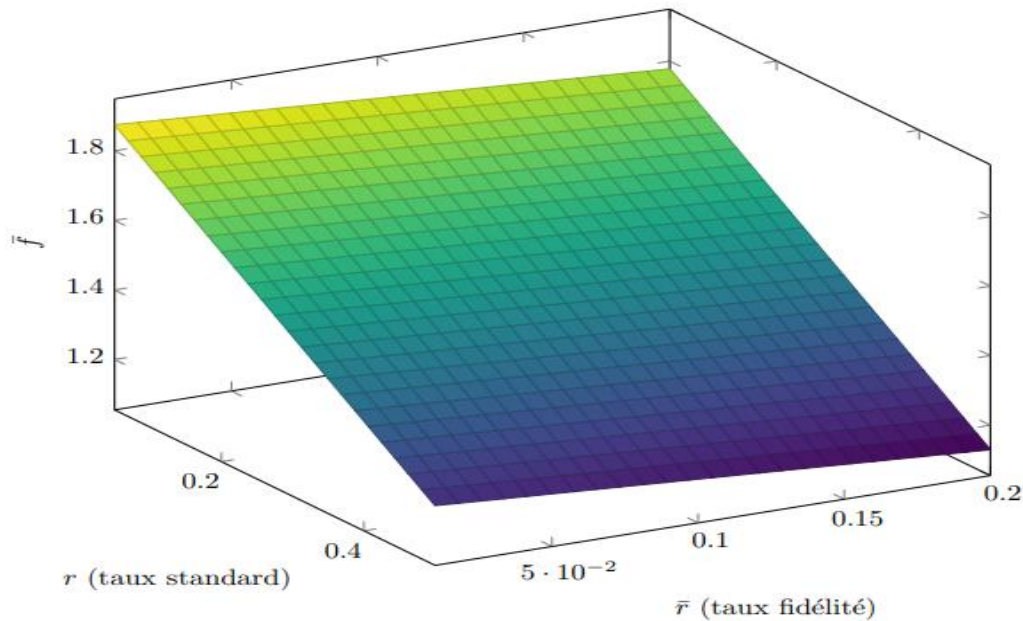


Figure N°2 : Variation du revenu moyen en fonction de  $\alpha$

Source : Auteur

##### 3.1.2. Surface de viabilité ( $r, \bar{r}$ )

Nous fixons  $\alpha = 0.8$ , et nous faisons varier  $r$  et  $\bar{r}$  pour observer les régions où le revenu moyen  $\bar{f}$  reste positif. Cela permet d'identifier les combinaisons de taux viables économiquement.



**Figure N°3 : Surface du revenu moyen selon  $r$  et  $\bar{r}$  ( $\alpha = 0.8$ )**

Source : Auteur

### 3.2. Interprétation des résultats

Les figures 2 et 3 montrent que :

- Une faible valeur de  $\alpha$  rend l'ensemble du système non rentable : les emprunteurs échouent trop tôt.
- Lorsque  $\alpha \geq 0.7$ , le revenu devient croissant avec la fidélité.
- Le taux préférentiel  $\bar{r}$  ne doit pas être trop faible, sous peine de réduire la rentabilité du segment fidèle.
- L'optimum se situe souvent autour de  $r \in [0.2, 0.35]$ ,  $\bar{r} \in [0.08, 0.15]$  pour  $\alpha = 0.8$ .

## 4. Analyse et discussion

Au-delà des résultats théoriques obtenus, il convient de discuter certaines limites de notre modèle et d'en dégager des perspectives d'application.

### 4.1. Comparaison avec d'autres modèles de la littérature

La modélisation proposée dans cet article s'inscrit dans le prolongement des travaux existants sur la microfinance, tout en introduisant plusieurs éléments innovants. Cette section compare notre modèle avec les approches dominantes de la littérature, en mettant en lumière les différences structurantes sur le plan théorique et opérationnel.

#### 4.1.1. Modèles classiques de prêt individuel

Les modèles traditionnels en microfinance — notamment ceux issus des travaux de Armendariz et Morduch (2005) — considèrent généralement un contrat fixe, octroyé de manière répétée tant que l'emprunteur rembourse correctement. Ces approches reposent sur une dynamique binaire :

Succès  $\Rightarrow$  prolongation, Défaut  $\Rightarrow$  exclusion définitive.

Elles négligent souvent la possibilité de réintégration, et modélisent peu la fidélisation par des taux préférentiels. Notre modèle, en revanche :

- introduit un « état probatoire » ( $B_0$ ) explicitement modélisé,
- distingue les « emprunteurs actifs ( $B_1$ ) » des emprunteurs fidèles ( $I$ ),
- et permet une « exclusion graduelle et réversible » à travers une séquence d'états  $E^T \rightarrow \dots \rightarrow D$ .

Il en résulte une dynamique plus réaliste pour des institutions cherchant à équilibrer risque, confiance et inclusion.

#### 4.1.2. Modèles de prêt solidaire

Les modèles de prêt groupé reposent généralement sur des mécanismes de responsabilité conjointe (Besley & Coate, 1995 ; Ghatak, 1999), où le risque est mutualisé entre membres d'un groupe de taille  $n$ . Ces modèles mettent l'accent sur :

- la pression sociale comme incitation au remboursement ;
- la sanction collective en cas de défaut individuel ;
- la sélection endogène des groupes (tri assortatif). Notre approche s'en distingue nettement :
- Elle repose sur une « dynamique individuelle », mais intégrant une mémoire comportementale via les états d'exclusion ;
- Elle « n'exige pas de solidarité formelle » entre emprunteurs, ce qui est pertinent dans les contextes où les réseaux sociaux sont faibles ou éclatés ;
- Elle modélise la « fidélisation contractuelle » par l'accès à un taux réduit, au lieu d'une simple reconduction du prêt.

#### 4.1.3. Approches bayésiennes et scoring de crédit

Les modèles récents fondés sur l'apprentissage bayésien ou le scoring algorithmique (par exemple, Banerjee et al., 2019) cherchent à prédire le comportement futur d'un emprunteur à partir de son historique. Ces approches s'appuient souvent sur des données massives et des techniques d'apprentissage automatique.

Notre modèle s'éloigne volontairement de cette logique :

- • Il propose une « structure dynamique explicite et transparente », adaptée aux contextes où les données sont rares ;
- • Il peut être « calibré analytiquement », sans recourir à des outils d'intelligence artificielle ;
- • Il permet d'intégrer des critères de politique publique (ré-inclusion, équité, viabilité économique).

#### 4.1.4. Synthèse comparative

**Tableau N°1 : Comparaison des principales approches en microfinance**

Critère	modèle classique	Prêt solidaire	modèle proposé
Exclusion progressive	<b>non</b>	<b>non</b>	<b>oui</b>
Taux préférentiel fidélité	<b>non</b>	<b>non</b>	<b>oui</b>
modèle dynamique explicite	<b>non</b>	<b>Oui (souvent simplifié)</b>	<b>oui</b>
Individualisation des contrats	<b>oui</b>	<b>non</b>	<b>oui</b>
Mémoire comportementale	<b>non</b>	<b>Oui (via groupe)</b>	<b>oui</b>
Réintégration après défaut	<b>non</b>	<b>non</b>	<b>oui</b>
Complexité calculatoire	<b>faible</b>	<b>moyenne</b>	<b>moyenne</b>

Source : Auteur

#### 4.2. Validation empirique

Une première limite majeure réside dans l'absence de validation empirique. Le modèle proposé, bien que robuste sur le plan théorique, gagnerait à être testé sur des données réelles issues d'institutions de microfinance en Afrique subsaharienne ou en Asie du Sud. De telles analyses permettraient de confronter les probabilités de transition ( $\alpha$ ,  $\gamma$ ) et les valeurs de revenus stationnaires à des comportements observés, renforçant ainsi la pertinence pratique du cadre théorique.

#### 4.3. Apport des innovations numériques

Les évolutions récentes en matière de technologies financières (fintech) et de services de paiement mobile ouvrent des perspectives d'intégration intéressantes. En particulier, le scoring digital et les bases de données comportementales peuvent être mobilisés pour estimer et ajuster les paramètres markoviens. Une telle hybridation entre modélisation probabiliste et outils numériques renforcerait la capacité prédictive du modèle et son adaptation aux réalités contemporaines.

#### 4.4. Applications pratiques pour les institutions

Sur le plan opérationnel, notre approche fournit un cadre pour le calibrage des paramètres contractuels. Par exemple, le choix du taux standard ( $r$ ) et du taux préférentiel ( $\bar{r}$ ) doit tenir compte du compromis entre viabilité financière et fidélisation des emprunteurs. De même, la durée d'exclusion ( $T$ ) peut être ajustée selon le profil de risque de l'institution. Une version simplifiée du modèle, centrée sur trois ou quatre états essentiels, pourrait être d'enveloppée afin de rendre l'outil plus accessible aux gestionnaires de terrain.

#### 4.5. Discussion critique

Enfin, il convient de reconnaître la complexité du formalisme markovien, qui peut constituer un frein à son appropriation par des praticiens non spécialisés. Cependant, cette complexité est le prix d'une plus grande précision analytique. L'apport essentiel du modèle réside dans la combinaison originale de trois dimensions : la probation tolérante, la fidélisation contractuelle via un taux préférentiel et l'exclusion progressive réversible. Cette articulation offre une contribution théorique majeure et ouvre la voie à des pratiques de microfinance plus inclusives et durables.

#### Conclusion

Cet article a proposé une modélisation probabiliste originale du contrat de microcrédit individuel, fondée sur une chaîne de Markov à sept états intégrant explicitement la probation, la fidélisation contractuelle et l'exclusion progressive réversible. Ce cadre théorique permet de représenter de manière fine les différentes phases de la relation emprunteur–institution et d'évaluer la viabilité économique du système à travers l'étude du revenu stationnaire.

L'apport principal de ce travail réside dans l'articulation entre incitations progressives, tolérance aux échecs initiaux et mécanismes de réintégration, qui constitue une alternative aux modèles classiques souvent binaires (succès/échec). Nos résultats montrent que la fidélisation contractuelle, matérialisée par un taux préférentiel, améliore la stabilité des flux financiers et favorise une relation de long terme entre prêteur et emprunteur.

Néanmoins, certaines limites doivent être soulignées. La validation empirique du modèle reste à entreprendre, notamment à partir de données issues d'institutions de microfinance en Afrique ou en Asie. De plus, la complexité du formalisme markovien peut constituer un frein à son appropriation par les praticiens, ce qui justifie le développement de versions simplifiées ou d'outils opérationnels adaptés.

Les perspectives de recherche sont multiples. D'une part, l'intégration des innovations numériques, telles que le scoring digital ou les plateformes de paiement mobile, pourrait

permettre un calibrage dynamique et contextualisé des paramètres du modèle. D'autre part, l'extension de cette approche aux contrats collectifs ou multi-agents offrirait une meilleure compréhension des interactions sociales et de leurs effets sur la viabilité. Enfin, des études empiriques systématiques permettraient d'évaluer concrètement la portée du modèle et d'en préciser les conditions d'application.

En définitive, ce travail constitue une contribution à la fois théorique et méthodologique à l'analyse du microcrédit individuel. Il ouvre la voie à des pratiques de microfinance plus inclusives et durables, où la rigueur mathématique soutient l'innovation contractuelle et l'adaptation aux réalités du terrain.

## **BIBLIOGRAPHIE**

- [1] Adler, P. S., & Kwon, S. W. (2002). Social capital: Prospects for a new concept. *Academy of Management Review*, 27(1), 17–40.
- [2] Andriamanantena, P., Abdou, I., Ravelomanana, M. R., & Rakotozafy, R. (2019). Modèle markovien d'octroi de crédit en microfinance. HAL Archives Ouvertes, hal-02302135.
- [3] Andriamanantena, P., Abdou, I., Diener, F., Ravelomanana, M. R., Dhib, N., & Rakotozafy, R. (2025). Modélisation markovienne du comportement emprunteur : une approche décisionnelle pour la microfinance. HAL Archives Ouvertes, hal-05171530.
- [4] Armendariz de Aghion, B., & Morduch, J. (2000). Microfinance beyond group lending. *Economics of Transition*, 8(2), 401–420.
- [5] Armendariz de Aghion, B., & Morduch, J. (2005). *The Economics of Microfinance*. MIT Press.
- [6] Banerjee, A., Karlan, D., & Zinman, J. (2019). Six randomized evaluations of microcredit: Introduction and further steps. *American Economic Journal: Applied Economics*, 11(1), 1–21.
- [7] Besley, T., & Coate, S. (1995). Group lending, repayment incentives, and social collateral. *Journal of Development Economics*, 46(1), 1–18.
- [8] Bester, H. (1985). Screening vs. rationing in credit markets with imperfect information. *American Economic Review*, 75(4), 850–855
- [9] Bester, H. (1987). The role of collateral in credit markets with imperfect information. *European Economic Review*, 31(4), 887–899.
- [10] Conning, J. (1996). Rural informal moneylenders in Chile: Where have they gone? Communication présentée à la Western Economic Association, San Francisco.
- [11] Dhib, N., Diener, F., & Diener, M. (2013). Modélisation mathématique du flux espéré d'un micro-entrepreneur. *Econometrica*, 81(3), 767–805.

- [12] Diener, F., Diener, M., & Dhib, N. (2016). Valeur espérée d'un microcrédit dans un modèle de chaîne de Markov. HAL Archives Ouvertes, hal-01324501.
- [13] Field, J. (2004). *Social Capital*. Routledge.
- [14] Ghatak, M. (1999). Group lending, local information and peer selection. *Journal of Development Economics*, 60(1), 27–50.
- [15] Ghatak, M., & Guinnane, T. (1999). The economics of lending with joint liability: Theory and practice. *Journal of Development Economics*, 60(1), 195–228.
- [16] Green, E., & Porter, R. (1984). Non-cooperative collusion under imperfect price information. *Econometrica*, 52(1), 87–100.
- [17] Hulme, D., & Mosley, P. (1996). *Finance against Poverty*. Routledge.
- [18] Khodr, O., & Diener, F. (2008). *Mathematical models for individual and group lending in microfinance*. Université de Nice, Laboratoire de Mathématiques.
- [19] Khodr, O. (2011). *Modèles dynamiques des innovations du microcrédit* (Thèse de doctorat). Université de Nice, EDSA, Laboratoire J.-A. Dieudonné.
- [20] Pardoux, E. (2006). *Processus de Markov et applications*. Springer.
- [21] Stiglitz, J. E. (1990). Peer monitoring and credit markets. *World Bank Economic Review*, 4(3), 351–366.
- [22] Tedeschi, G. A. (2006). Here today, gone tomorrow: Can dynamic incentives make microfinance more flexible? *Journal of Development Economics*, 80(1), 84–105.