

L'application du Modèle MOYENNE-GINI dans l'analyse du Risque financier

Application of the Gini index Model in Financial Risk Analysis

HERTOUCH Afafe

Doctorante chercheuse

Ecole Nationale de Commerce Et de Gestion (ENCGK)

Université Ibn Tofail

Laboratoire de recherche en science de gestion des organisations (RSGO)

Hertouch.afafe@gmail.com

Date de soumission : 16/08/2022

Date d'acceptation : 07/10/2022

Pour citer cet article :

HERTOUCH.A. (2022) « L'application du Modèle MOYENNE-GINI dans l'analyse du Risque financier », Revue Française d'Economie et de Gestion « Volume 3 : Numéro 10 » pp : 168 – 185.

Author(s) agree that this article remain permanently open access under the terms of the Creative Commons

Attribution License 4.0 International License



Résumé

Le risque est omniprésent de ce fait les décideurs l'ont incorporé dans leur décision. D'une façon générale le risque est un danger éventuel plus ou moins prévisible, inhérent à une situation ou à une activité. À son tour, la gestion des risques n'est pas nouvelle. Elle remonte au 18^e siècle, Ainsi, la recherche dans la gestion des risques se trouve inscrite dans un cadre transdisciplinaire. La Fédération of European Risk Management Associations (FERMA) identifie la gestion des risques comme « *un processus continu d'amélioration qui commence avec la définition de la stratégie et se poursuit avec l'exécution de celle-ci. Elle devrait traiter systématiquement de tous les risques qui entourent les activités de l'organisation, que celles-ci soient passées, présentes et surtout futures.* ». Ces risques peuvent être à l'origine d'une crise financière et par conséquent d'une crise systématique. L'objectif de ce travail est d'analyser le modèle MOYENNEGINI (SHLOMO YITZHAKI et HAIM SHALIT 1984) comme étant un modèle d'évaluation des actifs en mesurant le risque par l'indice de GINI. Nous nous focalisons sur une comparaison entre le modèle moyenne GINI et le modèle d'évaluation des actifs financiers.

Mots clés : Risque ; Performance ; Moyenne-Gini (MG) ; MEDAF ; Moyenne-variance(mv)

Abstract

Risk is pervasive as a result decision makers have incorporated it into their decision. Generally speaking, risk is a potential hazard that is more or less foreseeable, inherent in a situation or activity. In turn, risk management is not new. It dates back to the 18th century, so research in risk management is part of a transdisciplinary framework. The Federation of European Risk Management Associations (FERMA) identifies risk management as “*a continuous process of improvement that begins with the definition of the strategy and continues with its execution. It should systematically address all the risks surrounding the organization's activities, whether past, present and especially future.*” These risks can be the cause of a financial crisis and therefore a systematic crisis. The objective of this work is to analyze the GINI MEAN model (SHLOMO YITZHAKI and HAIM SHALIT 1984) as an asset valuation model by measuring risk by the GINI index. We focus on a comparison between the GINI average model and the financial asset valuation model.

Keywords: Risk; Performance; Gini index; MEDAF; Mean-variance

Introduction

La mesure de risque représente un enjeu fondamental dans le marché financier, surtout durant les crises financières dont l'évolution des actifs est incontrôlable. Ce qui oblige les investisseurs à mettre en place des stratégies persistantes et qui peuvent donner une meilleure évaluation des actifs ou des portefeuilles.

Pour ce fait, plusieurs écrivains et économistes ont mis en place leurs méthodes de mesure de risque, commençant par le modèle de MOYENNE VARIANCE (MV) de MARKOWITZ (1952), qu'est amélioré par WILLIAM SHARP (1964) et JOHN LINTER (1965).

Mais ce modèle ne peut être valide que si les rendements des actifs suivent une loi normale, ce qui n'est pas toujours le cas dans les marchés financiers.

Pour cette opposition, plusieurs acteurs ont remis la question de la validité de ce modèle : LINTER (1965), MILLER et SCHOLLES (1972) demandent des études empiriques pour tester la validité du modèle. En 1973 MERTRON a développé la notion de la continuité du temps sur le **MEDAF (CAPM)** mais les résultats fournis ont été les mêmes que le MEDAF (CAPM) standard. En 1984 **HAIM SHALIT et SHLOMO YTIZHAKI** ont introduit une évaluation alternative des actifs financiers qu'est le modèle **MOYENNE-GINI (MG)**.

Ce modèle prend le coefficient de GINI comme un paramètre de mesure de risque.

L'avantage principal du modèle moyenne-Gini est son compatibilité avec toute fonction de distribution de probabilité et son efficacité de peser la puissance des valeurs aberrantes. Au contraire que le modèle MEDAF (qui se base sur la moyenne-variance) qui exige une fonction de préférence quadratique et des rendements normalement distribués.

On va prendre le coefficient de GINI comme étant une mesure de risque, donc il remplacera l'écart-type du MEDAF, pour le bêta on le changera par le bêta calculé par la méthode GINI.

La question qui se pose est la suivante : quel modèle pour une meilleure gestion des risques financiers ?

L'objectif principale de cet article est d'analyser les différents modèles d'évaluation des risques financiers et déceler leur performance afin de pouvoir déterminer le modèle pertinent de mesure des risques et de le conceptualiser au contexte marocain par la suite dans notre recherche. Pour ce faire nous allons dans un premier temps cerner le concept de l'index de Gini puis étudier les extensions du modèle moyenne Gini, et au final discuter la performance de l'ensemble des modèles étudiés sur la mesure des risques financiers

1. L'indice de GINI

1.1. Définition

L'indice de GINI a été élaboré par le statisticien italien ‘ CORRADO GINI ‘ dans son article « Variabilité et Mutabilité » en 1912, pour l'objectif de mettre en place un outil de mesure des inégalités, c'est un indice de mesure de concentration permettant de classer le caractère égalitaire et inégalitaire d'une distribution. C'est un indice normalisé dont il est compris entre 0 et 1. Le coefficient de Gini est souvent utilisé pour mesurer l'inégalité des revenus. 0 Correspond à l'égalité parfaite du revenu (c'est-à-dire que chacun a le même revenu) et 1 Correspond à une inégalité de revenu parfaite (c'est-à-dire qu'une personne a tous les revenus et tout le reste n'a aucun revenu).

Dans ce travail nous nous focalisons sur l'indice comme étant un coefficient de mesure de risque. Il repose sur le calcul des écarts binaires de rendement d'un titre. Ce qui va nous permettre de classer les titres selon leur degré de volatilité par rapport au portefeuille global. Dans les analyses standards de mesure de risque nous nous basons souvent sur le modèle moyenne-variance qui n'a pas montré son insuffisance dans les distributions des probabilités non-normales. D'ailleurs l'indice de Gini est une mesure de variabilité, donc il remplacera l'écart-type qui appliqué dans le calcul du bêta utilisé dans le MEDAF qui se calcule par le rapport entre la covariance de rendements d'un actif i et les rendements du marché sur la variance de rendement de marché $\Rightarrow [COV(R_i, R_m)]/\sigma_m^2$, comme nous avons expliqué dans l'introduction de cet article que le modèle moyenne variance ne peut pas donner une évaluation délicate des actifs financiers que si les rendements suivent une loi normale. Alors que le coefficient GINI est une mesure de risque de type dominance stochastique, parce qu'il n'exige pas une distribution de probabilité donnée, mais il se base sur la densité de probabilité $f(R)$ et la fonction de distribution cumulative $F(R)$.

1.2. Estimation

L'indice de GINI est une mesure de variation en se basant sur la concentration des rendements, son estimation empirique est simplifiée, il se calcule comme suite :

On a un pair de valeurs aléatoires (des rendements) Z_1 et Z_2 avec $f(z)$ et $F(z)$, qui sont successivement la densité de probabilité et la fonction de distribution cumulative d'où :

$$\int_a^b f(z)dz = \int_{z=a}^b dF(z)$$

Et

$$F(z) = \int_a^z f(z)dz$$

Cela implique que $F(a) = 0$ et $F(b)=1$. Ainsi en appliquant l'espérance, donc l'indice de GINI est égal :

$$\Gamma = \frac{1}{2}E(|Z_1 - Z_2|) \quad \text{Sachant}$$

que :

$$|Z_1 - Z_2| = Z_1 + Z_2 - 2 \min(Z_1, Z_2)$$

On utilise l'équation (4), Alors :

$$\Gamma = \frac{1}{2}\{E(Z_1) + E(Z_2) - 2E \min(Z_1, Z_2)\} \quad \text{Avec :}$$

$$E(Z_1) = E(Z_2) = \int_a^b zf(z)dz = \int_{z=a}^b ZdF(z)$$

Maintenant il va falloir trouver une expression explicite de $E [\min(Z_1, Z_2)]$ en termes de $f(z)$ ou $F(z)$ pour ce fait nous considérons une valeur de z qui sa probabilité est supérieur que $\Pr(Z_1)$ et $\Pr(Z_2)$ avec Z_1 et $Z_2 > z$

Donc nous cherchons la valeur z sachant que :

$$\Pr(Z_1 \leq z) = \Pr(Z_2 \leq z) = F(z)$$

Pour avoir Z_1 et Z_2 supérieurs que z , donc :

$$\Pr(Z_1 > z) \times \Pr(Z_2 > z) = [1 - F(z)]^2$$

La probabilité que, Z_1 ou Z_2 est supérieur que la valeur de z , est la même que la probabilité que le minimum entre Z_1 et Z_2 est inférieur que z , Alors :

$$\Pr[\min(Z_1, Z_2) < z] = 1 - \Pr(Z_1 > z) \times \Pr(Z_2 > z) = 1 - [1 - F(z)]^2$$

La probabilité $\Pr[\min(Z_1, Z_2) < z]$ représente la valeur de la fonction cumulative $G(y)$ pour la variable aléatoire $y = \min(Z_1, Z_2)$ lorsque $y = z$ donc :

$$E [\min(Z_1, Z_2)] = \int_{y=a}^b ydG(y)$$

Equivalent à :

$$\int_{y=a}^b zdG(z) = \int_{y=a}^b zd\{1 - [1 - F(z)]^2\} = 2 \int_{z=a}^b z[1 - F(z)]dF(z)$$

Alors l'indice de GINI est égal :

$$\Gamma = \mu - 2 \int_{z=a}^b z [1 - F(z)] dF(z) = 2 \int_{z=a}^b z \left[F(z) - \frac{1}{2} \right] dF(z)$$

Notons que μ est la moyenne de la distribution cumulative,
peut-être écrit comme :

$$\Gamma = 2 \int_{z=a}^b [z - E(z)] \{F(z) - E[F(z)]\} dF(z)$$

Ce qu'est équivalent à :

$$\Gamma = 2 \text{cov} [z, F(z)] \quad \text{En}$$

illustrant cette formule, l'indice de GINI est égal au double de la surface entre la première bissectrice et la courbe de LORENZ. Qui peut être écrite encore comme suite :

$$\Gamma_p = 2 \text{cov} [R_p, F(R_p)]$$

Avec :

$R_p = Z$ = les rendements de l'actif p

$F(R_p) = F(z)$: la fonction de distribution cumulative

Ou encore:

$$\Gamma_p = 2 \sum_1^N \text{cov} [R_p, F(R_p)]$$

Donc le risque de portefeuille est décomposé dans la somme des poids de la covariance entre la variable R_i et la distribution cumulative de portefeuille p. cette covariance désigne la surface entre la courbe de LORENZ et la première bissectrice.

Pour simplifier cette formule, on a la surface du carré est égale à 1, ce qui vaut dire que le triangle séparé par la première bissectrice est égale à 1/2. Alors l'indice de GINI est égal à la surface entre la courbe de LORENZ et la première bissectrice divisé sur 1/2. Ce qui donne :

$$\Gamma_p = \frac{\text{cov} [R_p, F(R_p)]}{\frac{1}{2}}$$

Nous inversons le dénominateur, Alors :

$$\Gamma_p = \frac{2}{1} \text{cov} [R_p, F(R_p)]$$

Pour déterminer la distribution cumulative $F(R_p)$, Kolb et Okunev utilisent le rang comme une fonction de distribution cumulative, l'idée basée sur un rangement croissant des rendements.

Ce qui donne : $F(Rp) = RANG(Rp)$

Donc :

$$\Gamma_p = 2 \times \frac{\text{cov}[Rp, RANG(Rp)]}{N}$$

Nous pouvons réécrire l'équation de la moyenne GINI sous forme de plusieurs équations, comme par exemple :

$$\Gamma_p = \frac{1}{2} \int_a^b \int_a^b |R - r| f(r) f(R) dr dR$$

Sachant que R et r sont les réalisations de la perspective R.

Avec $F(R)$: la distribution cumulative.

$f(R)$: la fonction de densité de la perspective.

Aussi que : $a \geq -\infty$; $b \leq \infty$; $F(a)=0$; $F(b)=1$

Encore, l'indice de GINI est défini comme suite :

$$\Gamma_p = \int_a^b [1 - F(R)] dR - \int_a^b [1 - F(R)]^2 dR$$

Ou aussi :

$$\Gamma_p = \bar{R} - a - \int_a^b [1 - F(R)]^2 dR$$

« dans le cas où "a" est finit »

Ici, ce se présente en termes de valeurs espérées de la distribution de $\bar{R}$, et sa fonction de distribution cumulative $F(R)$. Cette équation est importante lorsqu'il s'agit d'une domination stochastique.

D'autre, l'indice de GINI est un coefficient de substitution de l'écart-type qu'est égale la racine carrée de la variance. La variance appliquée au MEDAF selon sa définition classique, c'est la moyenne des carrés des écarts par rapport à la moyenne. En termes plus mathématiques elle peut être considérée comme une mesure servant à caractériser la dispersion d'une distribution ou d'un échantillon.

$$V(x) = \sum_{i=1}^n \frac{(Xi - \bar{X})^2}{n} = \sigma^2$$

1.3. La courbe de Lorenz

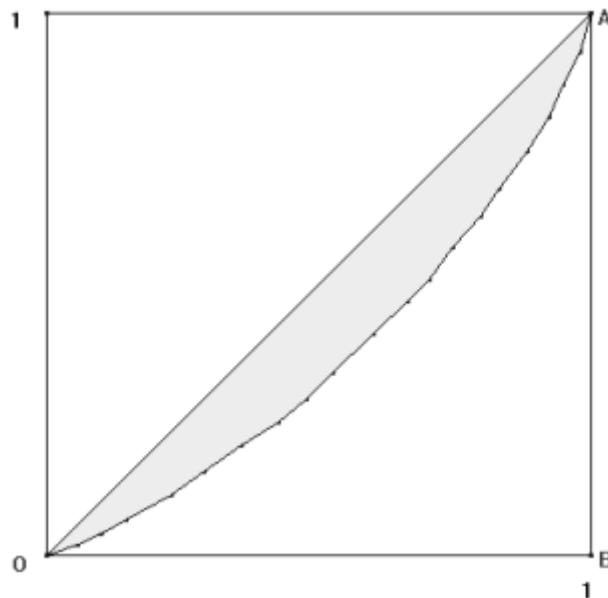
1.3.1. Définition

La courbe de LORENZ est un type des courbes de concentration, donc c'est une représentation graphique des inégalités ou des distributions d'une variable (revenu, patrimoine, actif, etc.) elle a été développée par MAX OTTO LORENZ en 1905, elle permet de représenter la fonction de répartition qui associe à chaque échantillon la part du poids (qui peut être revenu

ou un risque d'un actif) détenue par celui-ci. Autrement dit, elle représente combien la part X d'un échantillon détient de part Y d'une variable.

La courbe de Lorenz est un moyen pour calculer l'indice de Gini. Ce coefficient est une mesure du degré d'inégalité. L'indice de GINI est correspond au rapport entre la surface colorée et le triangle en dessous (figure1). L'indice de Gini varie entre 0 et 1. Si l'indice de GINI est égal à 0, cela signifie que la courbe de Lorenz est la diagonale (c'est-à-dire que la courbe de LORENZ se trouve exactement sur la première bissectrice), donc c'est une égalité parfaite. Si l'indice est de 1, cela vaut dire qu'il 'y a une inégalité maximale. Plus les inégalités sont importantes, plus la courbe de Lorenz s'éloigne de la diagonale, plus l'indice de Gini est élevé.

Figure 1 : la courbe de LORENZ



Source : bsi-economics.org

Pour les analyses financières, la courbe de LORENZ représente le moyen de calculer l'indice de GINI, qu'est d'ailleurs une mesure de dispersion, plus précisément ; nous savons que l'indice de GINI est correspond au rapport entre la surface entre la courbe de Lorenz et la ligne à 45° (première bissectrice) et le triangle en dessous. Cette dispersion mesurée par l'indice de GINI est considéré comme le risque dans le modèle moyenne GINI. C'est-à-dire, plus un actif à une large dispersion des rendements, plus que cet actif à un risque important (la courbe de LORENZ s'éloigne de la première bissectrice). Et vice versa.

1.3.2. Exemple

Nous allons prendre un exemple du mathématicien Jean pierre Kahane (1926-2017) pour pratiquer un calcul simple de la courbe de LORENZ

Dans une société de 100 personnes, on a les statistiques des salaires suivants :

1000-1200	1200-1500	1500-2000	2000-3000	3000-5000	5000-10000
50	20	10	8	7	5

Pour obtenir la courbe de Lorenz, on commence par calculer le bien possédé total. On prend le milieu des classes comme référence.

$$B = 50 \times (1000 + 1200) / 2 + 20 \times (1200 + 1500) / 2 + 10 \times (1500 + 2000) / 2 + 8 \times (2000 + 3000) / 2 + 7 \times (3000 + 5000) / 2 + 5 \times (5000 + 10000) / 2$$

$$B = 50 \times 1100 + 20 \times 1350 + 10 \times 1750 + 8 \times 2500 + 7 \times 4000 + 5 \times 7500$$

$$B = 185000$$

$$x = 1100, F(x) = 0,5 \quad FQ(x) = (50 \times 1100) / 185000 = 0,3$$

$$x = 1250, F(x) = 0,7 \quad FQ(x) = (50 \times 1100 + 20 \times 1350) / 185000 = 0,44$$

$$x = 1750, F(x) = 0,8 \quad FQ(x) = 0,54$$

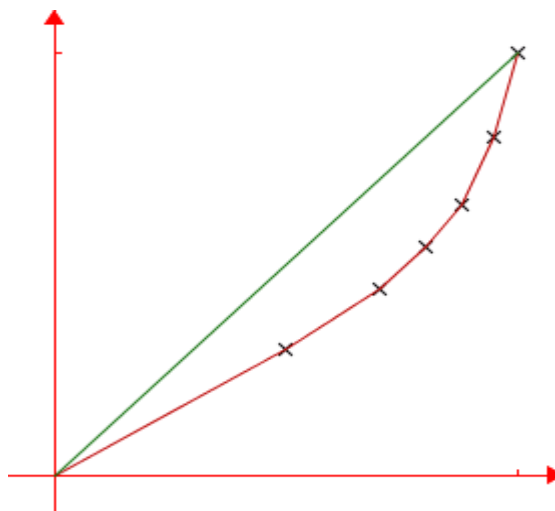
$$x = 2500, F(x) = 0,88 \quad FQ(x) = 0,65$$

$$x = 4000, F(x) = 0,95 \quad FQ(x) = 0,8$$

$$x = 7500, F(x) = 1 \quad FQ(x) = 1$$

Alors la courbe de LORENZ est comme suite :

Figure 2 : la courbe de LORENZ



Source : élaboré par l'auteur

1.3.3. Interprétation

Dans les modèles standards la variance représente le risque, cette propriété n'est pas totalement fautive parce que la variance est une sorte de mesure de dispersion. Mais l'inconvénient majeur dans le modèle moyenne-variance qu'il se base sur deux paramètres qui sont l'écart-type et la moyenne ce qui mène aux résultats biaisés si la série des rendements ne suit pas une loi normale. L'alternative du modèle moyenne-GINI se base sur la concentration ou la dispersion des rendements pour mesurer le risque du type dominance stochastique. Parce que l'indice de GINI prend en considération seulement la fonction de distribution cumulative et la fonction de densité. L'indice de GINI est calculé par le double la surface entre la courbe de Lorenz et la première bissectrice : $2 * cov [Rp, F(Rp)]$

Si les rendements ne prennent qu'une seule valeur c'est-à-dire que dans ce cas il n'y a pas de différences dans les rendements, alors la courbe de Lorenz est exactement le segment joignant (0,0) à (1,1) : ce qui explique une égalité parfaite. A contrario, si les rendements prennent les deux valeurs 0 et 1, avec une seule personne possédant 1 et toutes les autres possédant 0 (cas d'inégalité extrême), alors la courbe de Lorenz joint les points (0,0) à (1,0), puis (1,0) à (1,1) : c'est une inégalité parfaite. De façon générale, plus la courbe "colle" à la première bissectrice, plus les rendements sont égaux ou plus précisément, plus l'actif est non risqué.

2. Les extensions de moyenne-GINI

2.1. Moyenne-GINI

La méthode GINI est largement utilisée pour la mesure des inégalités des revenus, mais ici, on va l'utiliser pour caractériser le risque et construire un portefeuille optimal.

L'avantage de ce modèle est sa compatibilité avec tous types de distribution de probabilité.

Le modèle moyenne-variance est valide seulement si les rendements suivent une loi normale ou la fonction de préférence est quadratique, ces restrictions donnent l'objectif de mettre en place un nouveau modèle qui peut donner une meilleure évaluation des actifs. Le modèle moyenne-GINI représente une alternative attrayante parce qu'il est compatible avec des règles de dominance stochastique, quel que soit la distribution de probabilité des rendements des actifs. Cette méthode à la simplicité de la moyenne variance et l'efficacité de la dominance stochastique. Donc le modèle moyenne GINI est pour l'objectif de circonvenir les restrictions du modèle moyenne-variance qui exige une distribution de probabilité précise (distribution de probabilité normale). Lorsqu'un investisseur a une large classe d'incertitude de probabilité, le

modèle moyenne-GINI montre son efficacité d'être plus adéquate que le modèle moyenne variance pour l'évaluation de la variabilité.

Donc, tout comme modèles standards pour l'évaluation des actifs, le modèle Moyenne GINI peut estimer la droite de marché pour évaluer la relation entre les rendements et le risque.

Aussi que le modèle Moyenne GINI peut être plus efficace en mesurant le degré de risque. Cette analyse se base la relation de concentration pour classer les rendements des actifs par rapport à leurs aléas.

Le modèle moyenne-GINI est une méthode de mesure de risque et construire un portefeuille optimal.

En donnant les conditions nécessaires de la dominance stochastique, le modèle moyenne-GINI adopte la règle de choisir un portefeuille inférieur pour tous les individus, généralement la probabilité est inconnue, même si les perspectives suivent une loi donnée par exemple si toutes les perspectives suivent une loi log-normale cela n'implique pas que la distribution totale de portefeuille suit une loi log-normale. Ainsi si on choisit un portefeuille optimal selon les critères de la moyenne variance avec des perspectives qui suivent une loi log-normale, il est possible d'avoir un portefeuille alternatif qu'est préféré par tous les investisseurs qu'ont un degré d'aversion au risque donné.

Donc le modèle moyenne-variance reste incapable d'évaluer un actif avec des distributions de probabilités comme la loi uniforme ; log-normale ; exponentielle.

Par contre, le modèle moyenne-GINI détient la validité de dominance stochastique avec un large éventail de la continuité et une distribution discrète.

La combinaison de ces deux conditions mène à la validité du modèle moyenne Gini pour évaluer le risque systématique d'un portefeuille en négligeant la distribution de probabilité.

Le modèle moyenne GINI fournit un large éventail du MEDAF qui ne peut pas être valide sans des tests empiriques, seulement si les rendements des actifs sont normalement distribués.

Les différents modèles traditionnels qui convergent vers le MEDAF qu'est dérivé à partir du modèle moyenne-variance ont montré leur incapacité d'évaluer les actifs financiers, parce qu'il est suffisant qu'un seul actif à une distribution de probabilité différente que la distribution normale de donner une évaluation biaisée du portefeuille, Ainsi, plusieurs informations sont ignorées dans Le MEDAF comme la négativité du bêta.

Par conséquent, il n'est pas surprenant que le coefficient de GINI peut être utilisé pour dériver l'ensemble efficient de perspectives incertaines de la même manière que le modèle moyenne-variance dans le cas où les rendements sont normalement distribués. Cette caractéristique est

implicite parce que l'investisseur classe les perspectives incertaines par leurs moyennes et la dispersion de leur rendement.

2.1.1 Le risque total :

Le risque total d'un titre financier est décomposé de deux type de risque, un risque lié au marché (risque non diversifiable ou risque systématique) et un risque spécifique indépendant du marché (risque diversifiable). Ces deux risques sont totalement indépendants et englobent ce qu'on appelle le risque total.

Le modèle de différence de moyenne-GINI est un coefficient de variabilité d'une variable aléatoire, il est basé sur une valeur absolue de chaque paire de réalisation de la variable aléatoire. Ce coefficient représente le risque total.

- L'estimation de la différence moyenne-GINI :

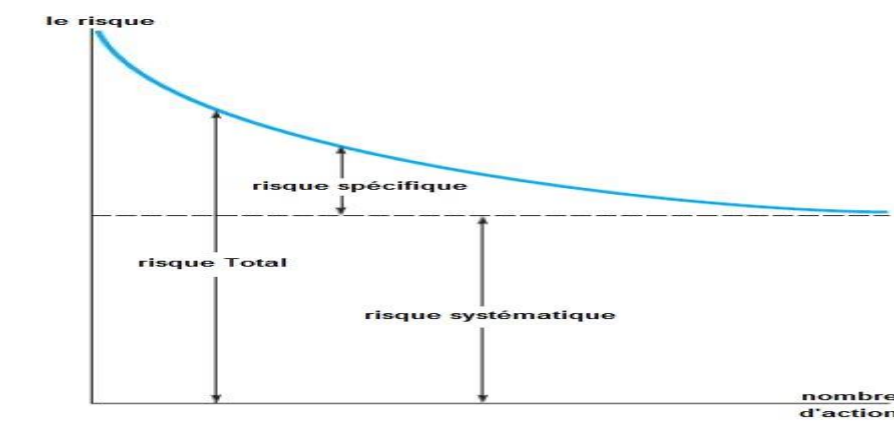
$$\Gamma_p = 2 \int_a^b R \left[F_p(R) - \frac{1}{2} \right] F_p(R)$$

Ou encore :

$$\Gamma_p = 2 \text{cov} [R_p, F(R_p)]$$

L'indice de GINI représente une mesure de risque substituable de l'écart-type dans le Modèle moyenne-variance, donc il mesure le risque total d'un portefeuille.

Figure 3 : graphique de risques



Source : richesse-et-finance.com

2.1.2. Le risque systématique

C'est un risque lié au marché, c'est le risque dit incompressible. Il correspond à des événements affectant tout titre en portefeuille, ce risque pèse sur tous les actifs de manière générale et corrélée. Le risque systématique est donc le risque qu'il n'est pas possible de réduire ou de diminuer.

- L'estimation du bêta GINI :

Le bêta est une mesure de risque par rapport au marché. Le coefficient β d'un titre mesure la corrélation de la réactivité du titre avec celle du marché, c'est-à-dire son risque par rapport aux évolutions du marché.

Prenons l'exemple d'une action d'un marché donné qui possède un bêta de 1,5 : si le marché varie de 10%, l'action devrait théoriquement varier de 15%, elle amplifiera donc les mouvements du marché. A l'inverse, si l'action a un bêta de 0,6, elle variera moins violemment que son marché de référence c'est-à-dire si le marché varie de 10%, elle devrait effectuer un mouvement de 6%.

Dans le modèle moyenne GINI le bêta se calcul comme suite :

$$\beta_{GINI} = \Theta_i (\Gamma_i / \Gamma_m)$$

Avec
$$\Theta_i = \frac{cov[R_i, F_m(R_m)]}{cov[R_i, F_i(R_i)]}$$

Alors :
$$\beta_{GINI} = \frac{cov[R_i, F_m(R_m)]}{cov[R_i, F_i(R_i)]} (\Gamma_i / \Gamma_m)$$

Le bêta représente le degré de la réactivité du titre par rapport à l'évolution de marché et Θ_i représente la proportion du risque total. Il est important de mettre en place l'analogie entre le bêta de modèle moyenne-GINI est le bêta du modèle moyenne-variance. Le bêta du modèle moyenne-GINI correspond à l'efficacité de stochastique dominance aussi qu'est dérivé par l'indice de GINI, autrement que le bêta du modèle moyenne-variance qui se calcul par la covariance entre l'actif et le marché divisée sur la variance de marché. C'est un paramètre qui se base sur la moyenne et l'écart-type, c'est-à-dire son efficacité exige une série normalement distribuée.

2.1.3. Les propriétés du Modèle moyenne GINI :

(1) le modèle moyenne GINI est non négatif, et il est borné par-dessus par $\bar{R}-a$.

Si R est constante $\Rightarrow \Gamma=0$

$$f(R) = \begin{cases} 1/2 & R = a \\ 1/2 & R = b \\ 0 & \text{autrement} \end{cases}$$

(2) le coefficient de GINI est sensible de la dispersion Moyenne de conservation (mean-preserving-spreads)

(3) $R_2=\alpha R_1$, d'où α est constante donc $\Gamma_2=|\alpha|\Gamma_1$

(4) $R_2=R_1+C$, "C" est constante donc, $\Gamma_2=\Gamma_1$

(5) $R_3=R_1+R_2$, $\Gamma_3\leq \Gamma_2+\Gamma_1$

(6) si R est normalement distribuée avec $\bar{R}$ et σ^2 donc $\Gamma_p=\sigma/\sqrt{\pi}$

2.1.4. Avantages du modèle moyenne GINI :

L'avantage principale du modèle **Moyenne-GINI** qu'il ne demande pas une distribution de rendements précise, d'autre que le modèle MEDAF qui exige des normalement distribués, le modèle moyenne-GINI est compatible avec tous type de distribution de probabilité. Sachant que l'objectif de cet article est de faire une comparaison entre les modèles standards (MEDAF et MARKOWITZ) et le modèle moyenne-GINI en comparant aussi les ratios de performance, cela nous oblige de trouver des paramètres de substitution que les paramètres utilisés dans le MEDAF comme l'écart-type qui est substitué par l'indice de GINI, le Bêta qui est changé par le bêta calculé selon la méthode GINI, ce qu'on va le voir dans la section « moyenne-GINI »

- Si les rendements des actifs sont normalement distribués, le modèle moyenne GINI donne des résultats presque similaires que le modèle moyenne variance, aussi que la propriété 6 (si R est normalement distribuée avec $\bar{R}$ et σ^2 donc $\Gamma_p=\sigma/\sqrt{\pi}$), montre que le modèle Moyenne variance n'est qu'un cas spécial de modèle moyenne GINI.
- Pour une large classe de distribution de probabilité, le modèle moyenne GINI fournit une cohérence pour classer les alternatives incertaines.

Cette méthode de classement est identique que la dominance stochastique, le lien entre ces deux méthodes est prouvé par l'existence des deux propositions suivants :

➤ **Proposition 1** : R_1 et R_2 sont deux perspectives incertaines :

Les conditions $\bar{R}_1 = \bar{R}_2$ et $\bar{R}_1 - \Gamma_1 \geq \bar{R}_2 - \Gamma_2$ sont nécessaires pour que R_1 domine R_2 en termes de dominance stochastique de premier et deuxième ordre. Les implications de cette proposition sont importantes car ils nous fournissent un instrument de deux paramètres qui peut être utilisé pour éliminer de l'ensemble efficace les alternatives stochastiquement inférieures. L'ensemble efficace est défini comme un ensemble dont toutes les perspectives ne sont pas dominées en utilisant tel méthode. Alors que Moyenne-Gini, Moyenne-Variance, et dominance stochastique sont identiques si et seulement si les rendements sont normalement distribués.

➤ **Proposition 2** : si les deux perspectives R_1 et R_2 ont des rendements espérés égaux, aussi les distributions cumulatives $F_1(R)$ et $F_2(R)$ se croisent une fois au maximum. En suite :

$\bar{R}_1 - \Gamma_1 > \bar{R}_2 - \Gamma_2$ est une condition suffisante pour que R_1 domine R_2 .

Donc pour l'ensemble des distributions qui ne suivent pas la loi normale, l'intersection existe une fois au maximum, seulement la dominance stochastique et le modèle moyenne GINI sont identiques ce qui implique que le modèle moyenne-variance échoue dans le classement de risque dans le cas où la distribution est non normale. D'autre le modèle SD n'a pas montré son efficacité dans l'optimisation de portefeuille due la complexité d'évaluer l'efficacité du portefeuille.

Conclusion

L'efficacité de chaque modèle d'évaluation de risque réside sur le rapport rendement/risque.

Dans ce travail nous avons trouvé que modèle moyenne-GINI a conduit aux résultats attrayants par rapport aux modèles traditionnels.

Gini comme étant une mesure de dispersion, le cadre fournit une condition nécessaire à la domination stochastique indépendamment de la répartition probabiliste des rendements. En outre, contrairement aux résultats de moyenne-variance, les résultats de Gini n'entraîneront pas les situations où un investisseur finit par choisir un portefeuille inférieur parmi les prospects concurrents. Ceci est dû au fait que l'hypothèse restrictive qui sous-tend le cadre de moyenne-variance (pour assurer sa validité) ne s'applique pas au modèle moyenne-Gini.

Par conséquent, le modèle moyenne-Gini est potentiellement un meilleur cadre que la variance. Bien que le modèle moyenne-Gini soit à la fois conceptuel et intuitivement attrayant. Ceci est en partie dû au fait que sa mise en œuvre dans des problèmes de portefeuille impliquant de multiples actifs est encombrante. Contrairement à ce qui peut être atteint dans le cadre de la variance qui est bien développé analytiquement. L'inconvénient majeur du modèle moyenne-variance est la non-compatibilité avec l'évaluation des actifs financiers, parce que les deux paramètres sur lesquels le modèle moyenne-variance se base, qui sont l'écart-type et la moyenne, exigent des rendements normalement distribués, ce qui n'est pas toujours le cas dans le marché financier.

Ce qui donne l'avantage majeur du modèle moyenne-GINI est sa robustesse pour les valeurs aberrantes. Alors dans les marchés financiers émergents nous remarquons que l'évolution des actifs est une marche aléatoire, ce qui augmente la probabilité d'avoir plus de valeurs aberrantes et qui engendre éventuellement une non-normalité de la distribution des rendements. Aussi que, l'existence d'un seul actif qui n'est pas normalement distribué engendre une estimation biaisée de l'ensemble des actifs.

Par ailleurs, le modèle moyenne-GINI standard avec un rendement maximal et moins de risque. En outre, l'efficacité des ratios de performance se base sur l'efficacité des deux paramètres bêta et la mesure de risque, dans cet article nous avons conclu que ces deux paramètres sont meilleurs que les modèles standards. Ce qui vaut dire que les ratios de performance en moyenne-GINI est une meilleure évaluation de performance.

La finalité de cet article est l'évaluation de la performance des actifs financiers. Les fonctions de mesure sont assignées au modèle adéquat permettant de bien cerner les risques et calculer leurs éventualités spécialement dans le contexte marocain.

Cette dernière mission fera l'objet d'une question de recherche à notre prochain article.

Bibliographie

A.R. KAMAT (1953), The third moment of Gini's mean difference, "Biometrika", 40 (3-4), pp. 451-452.

DORFMAN, R. (1979). A Formula for the Gini Coefficient. Review of Economics and Statistics, 61, 146-149.

DUANGKAMON Chotikapanich and WILLIAM Griffiths (2001). Review of income and wealth. On calculation of the extended GINI coefficient.

FLORIAN IELPO : (février 2008), Econométrie de la Finance.

FRANK HESPELER AND HAIM SHALIT (August 2016). MEAN-EXTENDED GINI PORTFOLIOS: THE LTIMATE FRONTIER Discussion Paper No. 16-03

Haim SHALIT and Shlomo Yitzhaki, the journal of financial research, the Mean-GINI efficient Portfolio frontier, p59-75. 2005.

JOHN OKUNEV. ACCOUNTING AND FINANCE. (1989). Mean-GINI capital asset pricing model: some empirical evidence, p 63-72

JOSEPH GASTWIRTH February 1972. The estimation of the Lornez curve and GINI index

MAGDALENA Niewiadomska-Bugaj, (February 2005): Statistical Tests Based on Gini Index and Gini Mean Difference.

SHAHABUDDIN, (2005). Product portfolio analysis, Lehigh University theses.

SHANKEN, JAY, (1992) "On the Estimation of Beta-Pricing Models." Review of Financial Studies 5, 1-33.

SHARPE, WILLIAM F., (1991) "Capital Asset Prices with and without Negative Holdings." Journal of Finance 46, 489-509.

SHLOMO YITZHAKI, (Apr., 1991). Calculating Jackknife Variance Estimators for Parameters of the Gini method. Journal of Business & Economic Statistics, No. 2, p. 235-239.

SHLOMO YITZHAKI, International Journal of Statistics (2003). Gini's Mean difference: a superior measure of variability for non-normal distributions p285-316.

SHLOMO YITZHAKI, International Journal of Statistics, Gini's Mean difference: a superior measure of variability for non-normal distributions

SHLOMO Yitzhaki, 1982 Stochastic dominance, mean variance and Gini's mean difference. Rev., 72: 178-185

T. GERSTENKORN (1997), The Gini's mean difference of an inflated discrete distribution, "Proceedings of 16th Intern. Conf. on Multivariate Statistical Analysis MSA'97".

T. GERSTENKORN, J. GERSTENKORN, 2003. GINI'S MEAN DIFFERENCE IN THE THEORY AND APPLICATION TO INFLATED DISTRIBUTIONS STATISTICA n.3.

T.A RAMASUBBAN (1958), The mean difference and the mean deviation of some discontinuous distributions, "Biometrika", 45 (3-4), pp. 549-556.

WILLIAM F. SHARP, capital asset prices: A Theory of market Equilibrium under Conditions of Risk.

YITZHAKI, SHLOMO, 1982 " Stochastic Dominance, Mean-variance, and Gini's Mean Difference." American Economic Review 72(1), 178-185.

Z.A. LOMNICKI (1952), The standard error of Gini's mean difference, "Annals of Mathematical Statistics", 23, pp. 635-637.**